

eman ta zabal zazu



Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea



# Física

## EAU 2022

[www.ehu.es](http://www.ehu.es)



**FISIKA**

**FÍSICA**

**2022 ikasturtean azterketa egiteko arauak**

**Proposatutako zortzi ariketa hauetako LAUri erantzun behar diezu**

- Proba idatzi honek 8 ariketa ditu
- Ariketak bi multzotan banatuta daude:
  - **A multzoa: lau buruketa ditu, eta 2 ebatzi behar dituzu**
  - **B multzoa: lau galdera ditu, eta 2ri erantzun behar diezu.**
  - **Jarraibideetan adierazitakoei baino galdera gehiagori erantzunez gero, erantzunak ordenari jarraituta zuzenduko dira, harik eta beharrezko kopurura iritsi arte.**
- Buruketa bakoitzak 3 puntu balio du. Atal guztiek balio berdina dute. Atal bakoitzaren emaitzak, zuzena zein okerra izan, ez du izango inolako eraginik beste ataletako emaitzen balioespenean.
- Galdera bakoitzak, gehienez, 2 puntu balio du.
- Kalkulagailu zientifikoa erabil daiteke.

**Normas para realizar el examen en el curso 2022**

**Debes responder a CUATRO de los siguientes ocho ejercicios propuestos**

- Esta prueba escrita se compone de 8 ejercicios.
- Los ejercicios están distribuidos en dos bloques:
  - **Bloque A: consta de cuatro problemas, debes responder 2 de ellos**
  - **Bloque B: consta de cuatro cuestiones, debes responder 2 de ellas**
  - **En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.**
- Cada problema tiene un valor de 3 puntos. Todos los apartados tienen igual valor. El resultado, correcto o incorrecto, de cada apartado no influirá en la valoración de los restantes.
- Cada cuestión se valora en un máximo de 2 puntos.
- Puede utilizarse calculadora científica



**FISIKA**

**FÍSICA**

**BLOQUE A: Problemas**

(Consta de cuatro problemas, **debes contestar a dos** de ellos)

**A.1.-** Una nave espacial ha quedado atrapada en una órbita circular en torno a un planeta esférico desconocido. Los sistemas de navegación de la nave indican que su velocidad orbital es de  $25000 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  y que tarda 5 horas en dar una vuelta completa alrededor del planeta.

- Determine el radio de la órbita circular de la nave
- Calcular la masa del planeta.
- Si la densidad del planeta es de  $16150 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , calcule el radio del planeta y el valor de la aceleración de la gravedad en su superficie.

**Datos:**

Constante de Gravitación Universal:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$

**A.2.-** Dos cargas puntuales  $q_1 = +10 \mu\text{C}$  y  $q_2 = -40 \mu\text{C}$ , se disponen en el vacío en posiciones fijas separadas 1m una de la otra. Determinar:

- Un punto A donde sea nulo el campo eléctrico.
- Un punto B donde sea nulo el potencial eléctrico.
- El trabajo para trasladar un protón desde el punto A al punto B

**Datos:**

$K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ ;

Valor absoluto de la carga del protón:  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$  ;

$m_p = 1,7 \times 10^{-27} \text{ Kg}$

**A.3.-** Una onda transversal se propaga en una cuerda situada a lo largo del eje OX. La propagación de la onda es en el sentido positivo del eje OX. La expresión matemática de la onda en los instantes  $t = 0 \text{ s}$  y  $t = 2 \text{ s}$  es  $y(x, 0) = 0,1 \cos(\pi - 4\pi x) \text{ m}$  e  $y(x, 2) = 0,1 \cos(11\pi - 4\pi x) \text{ m}$ , respectivamente, donde todas las magnitudes están expresadas en el SI de unidades.

Calcule:

- La frecuencia angular
- La expresión matemática de la onda
- La velocidad de propagación de la onda y la aceleración máxima de oscilación de un punto de la cuerda.



**FISIKA**

**FÍSICA**

**A.4.-** Sean dos medios A y B de índices de refracción  $n_A$  y  $n_B$ , respectivamente. Un rayo de luz de frecuencia  $6,04 \times 10^{14} \text{Hz}$  incide desde el medio A hacia el medio B, verificándose que el ángulo límite para la reflexión total es  $45,58^\circ$ . Sabiendo que  $n_A - n_B = 0,6$ ; determine:

- Los índices de refracción  $n_A$  y  $n_B$  de ambos medios.
- Las longitudes de onda del rayo de luz incidente en los medios A y B

**Datos:**

$$c = 3 \times 10^8 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**BLOQUE B: Cuestiones**

(Consta de cuatro cuestiones, **debes contestar a dos** de ellas)

**B.1.-**Movimiento armónico simple. Ejemplos. Ecuación. Definición de las magnitudes. Ecuaciones de la velocidad y de la aceleración.

**B.2.-**Ondas estacionarias. Definición y ejemplos.

**B.3.-**El ojo humano. Descripción. Esquema de la formación de imágenes.

**B.4.-**Líneas de fuerza y superficies equipotenciales en el campo gravitatorio creado por una masa puntual (o esférica).



**FÍSICA. CONVOCATORIA ORDINARIA 2022.**

**BLOQUE A: Problemas**

A 1.-

- a) Primero, determinamos el radio de órbita. Como es constante la velocidad de órbita, y como la órbita es circular, se tiene lo siguiente:

$$v \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow r = \frac{vT}{2\pi} = \frac{25000 \times 10^3 \text{ m} \cdot 5 \times 3600 \text{ s}}{3600 \text{ s} \cdot 2\pi} = 19894,37 \times 10^3 \text{ m} \Rightarrow r = 19894,37 \text{ km}$$

- b) Determinamos la masa del planeta. Para que la órbita sea circular hay que comprobar:

$$F_c = F_g \Rightarrow m \frac{v^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow M = \frac{rv^2}{G}$$
$$M = 19894,37 \times 10^3 \text{ m} \left( \frac{25000 \times 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \right)^2 \frac{1}{6,6710^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}} = 1,44 \cdot 10^{25} \text{ kg} \Rightarrow M = 1,44 \cdot 10^{25} \text{ kg}$$

- c) Calculamos el radio del planeta. Como el planeta es esférico, se cumple:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow R^3 = \frac{3M}{4\pi\rho} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho}} = \sqrt[3]{\frac{3 \times 1,44 \times 10^{25} \text{ kg}}{4\pi \times 16150 \text{ kg m}^{-3}}} = 5970817,34 \text{ m}$$
$$\Rightarrow R = 5970,82 \cdot 10^3 \text{ m}$$

Para calcular la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta, tenemos que tener en cuenta la fuerza de atracción que aparece en la superficie del planeta sobre un cuerpo de masa  $m$  :

$$F = mg = G \frac{Mm}{R^2} \Rightarrow g = G \frac{M}{R^2}$$
$$\text{Luego } g = G \frac{M}{R^2} = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \frac{1,44 \times 10^{25} \text{ kg}}{(5970,82 \cdot 10^3 \text{ m})^2} = 26,941 \text{ ms}^{-2} \Rightarrow$$

$$g = 26,94 \text{ ms}^{-2}$$

A 2.-

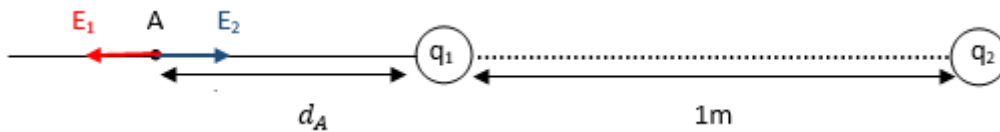
- a) Hay tres casos

- En el espacio que entre las dos cargas la intensidad de campo no puede



ser nula, ya que los vectores  $\vec{E}_1$  y  $\vec{E}_2$  tienen el mismo sentido.

- Si se supone que la carga  $q_2$  se encuentra a la derecha de la carga  $q_1$ , la intensidad de campo eléctrico se puede anular en algún punto A situado a la izquierda de la carga  $q_1$ , ya que los vectores  $\vec{E}_1$  y  $\vec{E}_2$  tienen sentido contrario (depende del valor y distancia de las cargas)



$$\vec{E}_A = \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A} \Rightarrow \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A} = K \frac{q_1}{d_A^2} (-\vec{i}) + K \frac{q_2}{(d_A+1)^2} \vec{i} = 0 \Rightarrow K \frac{q_1}{d_A^2} \vec{i} = K \frac{q_2}{(d_A+1)^2} \vec{i}$$

sustituyendo

$$9 \times 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \frac{10 \cdot 10^{-6} C}{d_A^2} = \times 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \frac{40 \cdot 10^{-6} C}{(d_A+1)^2} \Rightarrow \frac{1}{d_A^2} = \frac{4}{(d_A+1)^2} \Rightarrow (d_A + 1)^2 = 4d_A^2 \Rightarrow d_A = 1m$$

Hay otra solución pero no tiene sentido, ya que corresponde al espacio entre las dos cargas, donde el campo eléctrico no se anula.

- En el caso de colocar el punto A a la derecha de la carga  $q_2$ , se podría anular, ya que los vectores  $E_1$  y  $E_2$  tienen sentidos contrarios (depende del valor de las cargas y de la distancia), pero las soluciones obtenidas no tienen sentido.

b) El potencial eléctrico se anulará en un punto situado a la izquierda de la carga  $q_1$ , y en otro punto situado entre ambas cargas:

A la izquierda de la  $q_1$

$$V_{1B} + V_{2B} = 0 \Rightarrow K \frac{q_1}{d_B} + K \frac{q_2}{(d_B+1)} \Rightarrow \frac{q_1}{d_B} = \frac{-q_2}{(d_B+1)} \Rightarrow q_1(d_B + 1) = -q_2 d_B$$

$$\Rightarrow 10 \cdot 10^{-6} C (d_B + 1) = -(-40 \cdot 10^{-6}) C \cdot d_B \Rightarrow 1(d_B + 1) = 4 \cdot d_B \Rightarrow 3d_B = 1 \Rightarrow d_B = \frac{1}{3} = 0,33m$$

Entre las dos cargas:

$$V_{1B} + V_{2B} = 0 \Rightarrow K \frac{q_1}{d_B} + K \frac{q_2}{(1-d_B)} \Rightarrow \frac{q_1}{d_B} = \frac{-q_2}{(1-d_B)} \Rightarrow q_1(1 - d_B) = -q_2 d_B$$

$$\Rightarrow 10 \cdot 10^{-6} C (1 - d_B) = -(-40 \cdot 10^{-6}) C \cdot d_B \Rightarrow 1(1 - d_B) = 4 \cdot d_B \Rightarrow$$

$$5 \cdot d_B = 1 \Rightarrow d_B = \frac{1}{5} = 0,20m$$



c) El trabajo para trasladar un protón desde el punto A al punto B.

$$E_{pA} = q_p(V_{A1} + V_{A2}) = Kq_p \left( \frac{q_1}{d_{A1}} + \frac{q_2}{d_{A2}} \right) \Rightarrow$$
$$E_{pA} = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \times 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \left( \frac{10 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{1 \text{ m}} + \frac{(-40 \cdot 10^{-6} \text{ C})}{2 \text{ m}} \right)$$

$$E_{pA} = -1,44 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$E_{pB} = q_p(V_{B1} + V_{B2}) = 0$$

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p = E_{pA} - E_{pB} \Rightarrow W_{A \rightarrow B} = -1,44 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$W < 0$ , luego se debe realizar trabajo externo para trasladar el protón del punto A al punto B

También se puede calcular aplicando:  $W_{A \rightarrow B} = q(V_A - V_B)$

A 3.-

a) La expresión matemática de una onda transversal que se propaga en el eje OX es la siguiente:

$$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

Según el enunciado del problema:

$$y(x, 0) = 0,1 \cos(\pi - 4\pi x) = A \cos(\omega \times 0 - kx + \varphi)$$

$$y(x, 2) = 0,1 \cos(11\pi - 4\pi x) = A \cos(\omega \times 2 - kx + \varphi)$$

Por tanto, se cumple que:  $A = 0,1 \text{ m}$  y  $k = 4\pi \text{ rad m}^{-1}$

Además, debe cumplirse:

$$\pi - 4\pi x = \omega \times 0 - kx + \varphi = -kx + \varphi$$

$$11\pi - 4\pi x = \omega \times 2 - kx + \varphi = 2\omega - kx + \varphi$$

Teniendo en cuenta que  $k = 4\pi \text{ rad m}^{-1}$ , se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\pi - 4\pi x = -4\pi x + \varphi \Rightarrow \varphi = \pi$$

$$11\pi - 4\pi x = 2\omega - kx + \varphi = 2\omega - 4\pi x + \pi \Rightarrow 2\omega = 10\pi$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{10\pi}{2} = 5\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \Rightarrow$$

$$\omega = 5\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La expresión matemática de la onda es:

$$y(x, t) = 0,1 \cos(5\pi t - 4\pi x + \pi) \text{ m}$$



c) La velocidad de propagación de la onda es:

$$v = \frac{\lambda}{T} \frac{2\pi}{k} \frac{\omega}{k} = \frac{5\pi}{4\pi} = 1,25 \text{ms}^{-1}$$

La aceleración máxima :

$$v(x, t) = \frac{dy(x, t)}{dt} = -A\omega \sin(\omega t - kx + \varphi) \Rightarrow a(x, t) = \frac{dv(x, t)}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

El valor máximo absoluto de la aceleración es:

$$a_{\max} = A\omega^2 = 0,1(5\pi)^2 = 24,674011 \Rightarrow a_{\max} = 24,67 \text{ m}$$

A 4.-

c) Determinamos los índices de refracción de ambos medios. Sabiendo que el ángulo límite para la reflexión total es de  $45,58^\circ$ , se cumple, según la ley de Snell:

$$n_A \sin \theta_i = n_B \sin \theta_r \Rightarrow n_A \sin 45,58^\circ = n_B \sin 90^\circ = n_B \Rightarrow$$

$$n_B = n_A \sin 45,58^\circ$$

Por otro lado, sabemos que:

$$n_A - n_B = 0,6$$

Por consiguiente:

$$\begin{aligned} n_A - n_B &= n_A - n_A \sin(45,58^\circ) = n_A [1 - \sin(45,58^\circ)] = 0,6 \Rightarrow \\ &\Rightarrow n_A = \frac{0,6}{[1 - \sin(45,58^\circ)]} = 2,10 \Rightarrow n_A = 2,10 \end{aligned}$$

Luego:

$$n_B = n_A - 0,6 = 2,10 - 0,6 = 1,5 \Rightarrow n_B = 1,5$$

d) Para calcular la longitud de onda del rayo de luz en los dos medios tenemos en cuenta las siguientes relaciones:

$$n_i = \frac{c}{v_i} \quad ; \quad v_i = \lambda_i \cdot f \Rightarrow n_i = \frac{c}{f\lambda_i} \Rightarrow \lambda_i = \frac{c}{n_i f}$$

Donde,  $v_i$  y  $\lambda_i$  son la velocidad y la longitud de onda del rayo de luz en el medio  $i$ . La frecuencia es independiente del medio. Por tanto:





$$\lambda_A = \frac{c}{n_A f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2,1(6,04 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1})} = 236,518 \cdot 10^{-9} \text{ m} \Rightarrow \lambda_A = 236,52 \text{ nm}$$

$$\lambda_B = \frac{c}{n_B f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{1,5(6,04 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1})} = 331,126 \cdot 10^{-9} \text{ m} \Rightarrow \lambda_B = 331,13 \text{ nm}$$

2022